Lineare Gleichungssysteme (drei Unbekannte) • Anwendungen
Übung

1. Beim Obsthändler kosten je ein Kilogramm Äpfel, Bananen und Clementinen zusammen 9,00 Euro. Bei drei Pfund Bananen und einem Pfund Clementinen beläuft sich der Rechnungsbetrag auf 5,00 Euro. Anton kauft nun zwei Kilogramm Äpfel, ein Kilogramm Bananen und drei Pfund Clementinen für 14,00 Euro. Berechnen Sie die Kilopreise der drei Obstsorten. •◦◦

2. Ein Vater ist zwölf Jahre älter als seine beiden Kinder zusammen. Seine Tochter ist zwei Jahre älter als ihr Bruder. Vor sechs Jahren ist der Vater viermal so alt gewesen, wie die Tochter damals war. Wie alt sind die drei? ••◦

3. Ein Investor kauft drei Immobilien als Renditeobjekte, die er durch jeweils verschiedene Banken zu einer Gesamtsumme von 1,2 Millionen Euro finanziert. Die Zinssätze belaufen sich auf 1,2%, 1,5% bzw. 1,6%. Im ersten Jahr entrichtet er insgesamt 16 700 € an Zinsen an die Banken, wobei hier keine Tilgung anfällt. Im zweiten Jahr kann er die beiden Zinssätze von 1,5% auf 1,3 % bzw. von 1,6% auf 1,4% senken und zahlt damit am Ende des zweiten Jahres noch 15 500 € an Zinsen. Welche Beträge wurden von den einzelnen Banken ausgeliehen? ••◦

4. Für ein großes Blumengesteck werden insgesamt 150 Blumen benötigt, die aus drei verschiedenen Preiskategorien ausgewählt werden können. x gibt die Anzahl der Blumen mit Stückpreis 0,50 € an, y die Anzahl mit Stückpreis 1,00 € und z die Anzahl mit Stückpreis 2,50 €. Berechnen Sie, wie viele Blumen der verschiedenen Kategorien verwendet werden müssen, wenn der Gesamtpreis des Gestecks 150,00 € betragen soll und die Blumen der beiden billigeren Kategorien insgesamt viermal so häufig verwendet werden sollen wie die der teuersten Kategorie. ••◦

5. An einer Berufsoberschule mit den Ausbildungsrichtungen Technik, Wirtschaft und Sozialwesen haben sich zu Beginn eines neuen Schuljahres 300 Schüler angemeldet. Die Anzahl der neu eingeschriebenen Sozialen ist dabei um 20 höher als die der Techniker. Nachdem zwei Techniker und drei Wirtschaftler ihre Anmeldung zurückgezogen haben, befinden sich in diesen beiden Ausbildungsrichtungen nun gleich viele Schüler. Wie viele Schüler hatten sich ursprünglich jeweils für die drei Ausbildungsrichtungen eingeschrieben? ••◦

6. Eine dreistellige Zahl hat die Quersumme 14. Ihre Einerziffer ist um 3 kleiner als die Zehnerziffer. Durch Vertauschen der ersten und dritten Ziffer ergibt sich eine um 198 kleinere Zahl. Berechnen Sie die gesuchte Zahl mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems. •••

© 2024 www.einfach-mathe-lernen.de

7. In einem Cafe gibt es unter Anderem Caffè Latte (C), Espresso (E) und Grüntee (G). Für vier Caffè Latte bezahlt man so viel wie für drei Espresso und drei Grüntee zusammen. Caffè Latte kostet genau einen Euro mehr als Grüntee. Erstellen Sie ein lineares Gleichungssystem und prüfen Sie folgende Aussagen auf Ihren Wahrheitsgehalt. •◦◦

   a) Wenn der Grüntee 3,20 € kostet und der Caffè Latte 4,20 €, dann zahlt man für einen Espresso 2,40 €.

   b) Der Espresso kostet 3,20 €, falls der Caffè Latte 5,00 € kostet und der Grüntee 4,00 €.

8. Drei Kunden kaufen in einer Bäckerei ein. Der erste Kunde zahlt für fünf Semmeln und drei Brezen 3,50 €, der zweite für vier Semmeln und einen Windbeutel 4,00 € und der dritte für fünf Brezen und zwei Windbeutel 7,30 €. ••◦

   a) Berechnen Sie die Einzelpreise für jeweils eine Kaisersemmel, eine Breze bzw. ein Windbeutel.

   b) Warum kann man die Preise nicht berechnen, wenn der dritte Kunde stattdessen neun Semmeln, drei Brezen und einen Windbeutel kauft und dafür 7,50 € zahlt?

   c) Wie erkennt man am Gleichungssystem, dass die Verkäuferin sich verrechnet hat, wenn der dritte Kunde die in b) angegebenen Backwaren kauft und dafür 7,00 € zahlt?

9. Ein Teehändler stellt aus Päckchen mit Kräutertee (k), Früchtetee (f) und Schwarztee (s) Teemischungen her. Eine Mischung mit einmal Kräuter-, zweimal Früchte- und einem Schwarztee kostet ihn 12 €. Zwei Packungen Kräutertee, zwei Früchte- und einmal Schwarztee schlagen mit 15,50 € zu Buche, während sich eine Mischung mit vier Früchte- und zwei Schwarztees auf 17 € beläuft. ••◦

   a) Begründen Sie, dass mit diesen Angaben die Einzelpreise für die drei Teesorten nicht eindeutig ermittelt werden können. Geben Sie zwei mögliche Preiskombinationen an.

   b) Berechnen Sie die Preise für jeweils eine Packung der Tees, wenn man zusätzlich weiß, dass einmal Früchte- und einmal Schwarztee zusammen 6,50 € kosten.

10. Das Problem der 100 Vögel (China, 475 n. Chr.) •••

    Ein Hahn kostet 5 Geldstücke, eine Henne 3 Geldstücke und drei Küken eines. Sie sollen 100 Tiere für 100 Geldstücke kaufen. Welche Möglichkeiten haben Sie?

© 2024 www.einfach-mathe-lernen.de

Lineare Gleichungssysteme (drei Unbekannte) • Anwendungen
Lösung

1. Es ergibt sich (nach richtiger Umrechnung von Pfund in Kilogramm) das LGS

$$\begin{array}{lrrrcr} \text{I)} & a & +b & +c & = & 9 \\ \text{II)} & & 1{,}5b & +0{,}5c & = & 5 \\ \text{III)} & 2a & +b & +1{,}5c & = & 14 \end{array}$$

mit der Lösung $a = 3$, $b = 2$ und $c = 4$.
Ein Kilo Äpfel kosten demnach 3,00 €, ein Kilo Bananen 2,00 € und Clementinen 4,00 €.

2. Wird mit V, T und S das Alter der drei Personen bezeichnet, dann ergibt sich das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & V = T + S + 12 \\ \text{II)} & T = S + 2 \\ \text{III)} & (V - 6) = 4 \cdot (T - 6) \end{array}$$

mit der Lösung $V = 38$, $T = 14$ und $S = 12$. Der Vater ist damit 38 Jahre alt, die Tochter 14 und der Sohn 12.

3. Von den Banken wurde 600.000 €, 100.000 € bzw. 500.000 € entliehen.

4. Es müssen 90 Blumen der ersten, 30 der zweiten und 30 der dritten Kategorie gekauft werden.

5. Ursprünglich hatten sich 93 Schüler für Technik, 94 für Wirtschaft und 113 für Sozialwesen angemeldet.

6. Ist h die Hunderter-, z die Zehner- und e die Einerzahl, dann ist

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & h + z + e = 14 \\ \text{II)} & e + 3 = z \\ \text{III)} & 100h + 10z + e = 100e + 10z + h + 198 \end{array}$$

zu lösen, was $h = 5$, $z = 6$ und $e = 3$ liefert. Die gesuchte Zahl lautet daher 563.

7. Das unterbestimmte Gleichungssystem

$$\begin{array}{lrcrr} \text{I)} & 4C & = & 3G & +3E \\ \text{II)} & C & = & G & +1 \end{array}$$

© 2024 www.einfach-mathe-lernen.de

ist nicht eindeutig lösbar. Damit sich eine wahre Aussage ergibt, müssen die Zahlenwerte in beide Gleichungen eingesetzt und überprüft werden.

a) I) $4 \cdot 4{,}20 = 3 \cdot 3{,}20 + 3 \cdot 2{,}40$ ist ebenso richtig wie II) $4{,}20 = 3{,}20 + 1$. Daher ist diese Aussage richtig.

b) I) $4 \cdot 5{,}00 = 3 \cdot 4{,}00 + 3 \cdot 3{,}20$ ist falsch. Daher kann ohne Prüfung von II) die Aussage bereits als falsch beurteilt werden.

8.

a) Eine Semmel kostet 0,40 €, eine Breze 0,50 € und ein Windbeutel 2,40 €

b) Durch Kunde 3 entsteht in diesem Fall ein unterbestimmtes LGS mit unendlich vielen Lösungen, das nicht eindeutig gelöst werden kann.

c) Hier ergibt sich ein Widerspruch, das LGS ist hier unlösbar.

9.

a) Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{lrrrcr} \text{I)} & k & +2f & +s & = & 12 \\ \text{II)} & 2k & +2f & +s & = & 15{,}5 \\ \text{III)} & & 4f & +2s & = & 17 \end{array}$$

besitzt unendliche viele Lösungen, wobei $k = 3{,}50$.
Mögliche Zahlentripel für (k; f; s) sind z.B. (3,50; 1; 6,50) oder (3,50; 3; 2,50).

b) Das LGS

$$\begin{array}{lrrrcr} \text{I)} & k & +2f & +s & = & 12 \\ \text{II)} & 2k & +2f & +s & = & 15{,}5 \\ \text{III)} & & f & +s & = & 6{,}50 \end{array}$$

besitzt die Lösung $f = 2$, $k = 3{,}5$ und $s = 4{,}5$.
Eine Packung Früchtetee kostet 2,00 €, Kräutertee 3,50 € und Schwarztee 4,50 €.

10.

$$\begin{array}{lrrrcr} \text{I)} & x & +y & +z & = & 100 \\ \text{II)} & 5x & +3y & +\frac{1}{3}z & = & 100 \end{array}$$

Durchprobieren des unterbestimmten Gleichungssystems liefert die ganzzahligen Möglichkeiten

Hähne	0	4	8	12
Hennen	25	18	11	4
Küken	75	78	81	84

© 2024 www.einfach-mathe-lernen.de